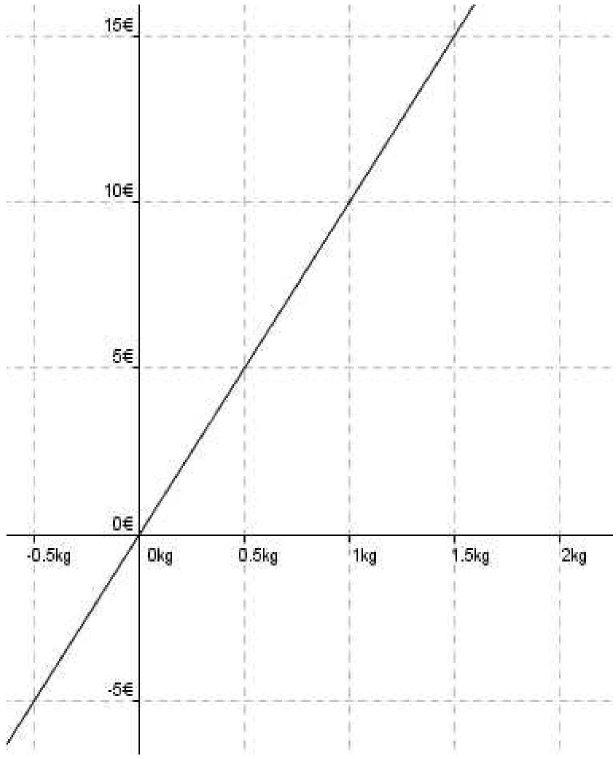
**Grundwissen Mathematik 8.Klasse**
**Gymnasium SOB**

# 1.Funktionale Zusammenhänge

## 1.1.Proportionalität

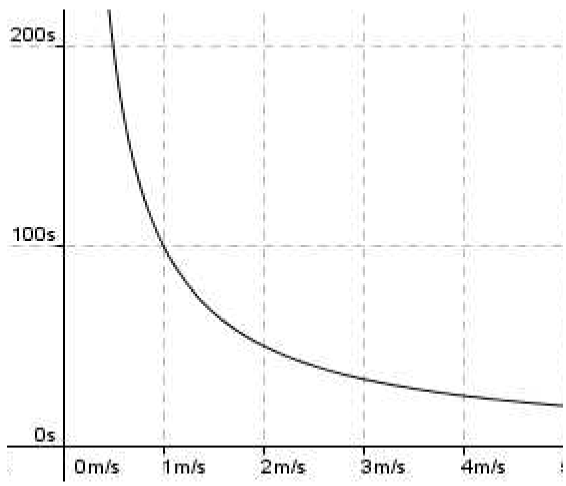
- Ändern sich bei einer Zuordnung die beiden Größen im gleichen Verhältnis, so spricht man von einer direkten Proportionalität. Anders ausgedrückt bleibt der Quotient der beiden Größen konstant. Die graphische Darstellung im Koordinatensystem ergibt eine Ursprungsgerade.
- Beispiel: 100g Salami kosten 1€, 200g kosten 2€, 40g kosten 0,40€. Der Masse m wird derPreis p zugeordnet. Es handelt sich um eine direkte Proportionalität mit der Zuordnungsvorschrift $m \longmapsto p$ oder $m \longmapsto c \cdot m$ mit c als Proportionalitätskonstanten $c = \frac{p}{m} = \frac{1€}{100g} = \frac{10€}{1kg}$
- Darstellung im Koordinatensystem:




- Der Kreisumfang ist direkt proportional zu seinem Radius.

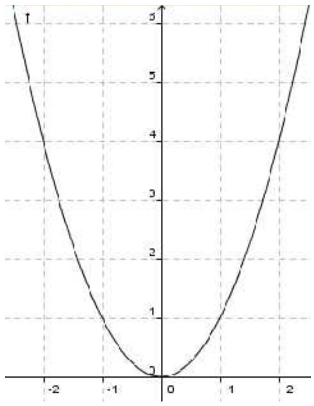
## 1.2.Indirekte Proportionalität

- Bei der indirekten Proportionalität $x \longmapsto y$ gilt: Wird x n – mal so groß, so muss y durch n geteilt werden. Das Produkt aus x und y bleibt also gleich, man spricht auch von Produktgleichheit. Die Zuordnungsvorschrift lautet $x \mapsto \frac{c}{x}$, wobei $c = x \cdot y$ gilt.
- Beispiel: Für die Strecke s = 100m benötigt man die Zeit t =10s bei einer Geschwindigkeit v von 10m/s. Hier sind t und v indirekt proportional mit der Zuordnungsvorschrift $t \mapsto \frac{100m}{v}$.
- Darstellung im Koordinatensystem:



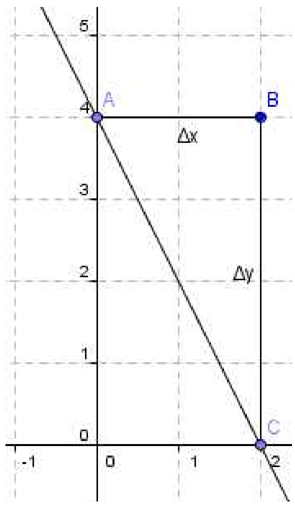

- Der Graph heißt Hyperbel.

## 1.3.Funktion und Term



- Definition: Eine Zuordnung $x \mapsto y$, die jedem Wert für x genau einen y –Wert zuordnet, heißt Funktion.
- Schreibweisen: $x \mapsto f(x)$ oder $x \mapsto y$ oder $y = f(x)$, wobei mit f(x) der Funktionswert gemeint ist.
- Als Definitionsmenge **D** werden die erlaubten Einsetzwerte x bezeichnet.
- Die möglichen Funktionswerte werden in der Wertemenge **W** zusammengefasst.
- Beispiel: $x \mapsto f(x)$ oder $x \mapsto x^2$ oder $f(x) = x^2$ oder $y = x^2$ mit der Definitionsmenge **Q** und der Wertemenge $\mathbf{Q}^+_0$
- Darstellung im Koordinatensystem:
- Umfang U des Kreises: $U(r) = 2\pi r$ oder $r \mapsto 2\pi r$
- Flächeninhalt A des Kreises: $A(r) = \pi r^2$ oder $r \mapsto \pi r^2$
- Näherungswert für $\pi = 3{,}14...$

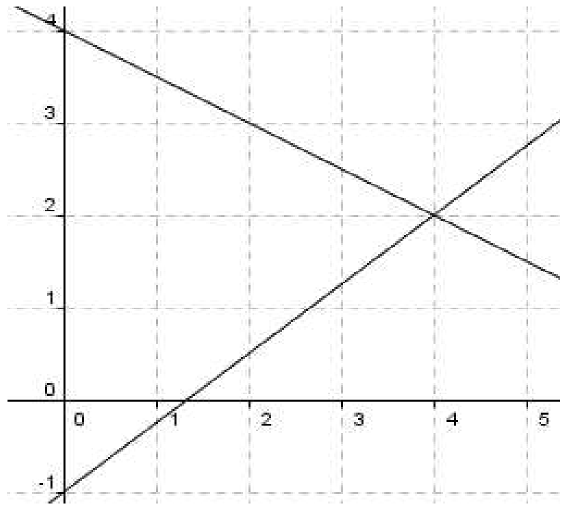
## 1.3.Lineare Funktionen




- Definition: Eine Funktion $x \mapsto mx + t$ wird lineare Funktion genannt, $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ ist die Steigung und t der y – Achsenabschnitt.
- Beispiel: $y = -2x + 4$
- $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-4}{2} = -2$
- t kann direkt aus der Zeichnung als Schnittpunkt mit der y-Achse abgelesen werden.
- Den Schnittpunkt mit der x-Achse bezeichnet man als Nullstelle.
- Eine Geradengleichung kann aus zwei Punkten aufgestellt werden. Dazu berechnet man erst die Steigung m und setzt in die entstehende Gleichung einen der beiden Punkte ein um t zu erhalten.
- Beispiel: A(2/3), B(6/1). $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{3-1}{2-6} = \frac{2}{-4}$. $y = -1/2\,x + t$ ergibt für a eingesetzt $3 = -1/2 \cdot 2 + t$. Damit erhält man für $t = 4$. Die Funktion hat damit die Gestalt $x \mapsto -1/2\,x + 4$.
- Lineare Ungleichungen werden schrittweise genau so gelöst wie lineare Gleichungen, bei der Multiplikation bzw. der Division mit einer negativen Zahl dreht sich jedoch das Ungleichheitszeichen um.
- Beispiel:

$$\begin{aligned} -25x - 1 &> -51 \quad &| +1 \\ -25x &> -50 \quad &| :(-25) \\ x &< 2 \\ L &= ]-\infty; 2[ \end{aligned}$$

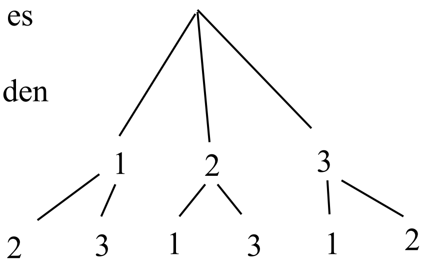
## 1.3.Lineare Gleichungssysteme




- Beispiel: Gleichung I: $x + 2y = 8$
  Gleichung II: $3x - 4y = 4$
- Graphische Lösung: Der Schnittpunkt S der beiden Geraden hat die Koordinaten (4/2).
- Einsetzverfahren:
  I: $x + 2y = 8$
  II: $3x - 4y = 4$
  I': $x = 8 – 2y$
  in II: $3(8-2y) – 4y = 4$
  $24 – 10y = 4$
  $y = 2$
  $x = 8 – 2 \cdot 2 = 4$
- Additionsverfahren: $2 \cdot I + II$
  $2x + 3x = 16 + 4$
  $5x = 20$
  $x = 4$
  in I: $4 + 2y = 8$
  $y = 2$
- Gleichsetzungsverfahren:
  I: $y = 4 - 0,5x$
  II: $y = -1 + 0,75x$
  $4 - 0,5x = -1 + 0,75x$
  $5 = 1,25x$
  $x = 4 \Longrightarrow y = 2$

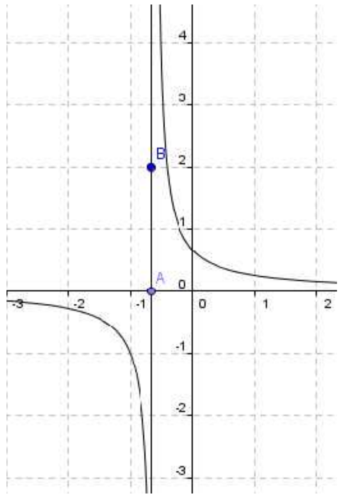
## 2.Stochastik: Laplace-Experimente

- Die Menge aller möglichen Ergebnisse eines Zufallsexperiments heißt Ergebnismenge oder Ergebnisraum **Ω**.
- Beispiel einmaliger Würfelwurf: **Ω** ={1,2,3,4,5,6,}
- Ein Ereignis ist eine Teilmenge des Ergebnisraums.
- Zählprinzip: Zieht man aus k verschiedenen Mengen mit $m_1, m_2, ..., m_k$ Elementen jeweils ein Element, so gibt es insgesamt $m_1 \cdot m_2 \cdot ... \cdot m_k$ Möglichkeiten.
- Beispiel: Wie viele dreistellige Zahlen kann man aus den Ziffern 3,4 und 5 bilden? Antwort: $3^3$.
- Beispiel: Wie viele verschiedene Zahlen kann man aus den Ziffern 3,4 und 5 bilden? Antwort: $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$.
- Baumdiagramm




- Unter einem Laplace –Experiment versteht man ein Zufallsexperiment dessen Ergebnisse alle die gleiche Wahrscheinlichkeit besitzen. Die Wahrscheinlichkeit $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$ eines Ereignisses A erhält man, in dem man die Anzahl der für A günstigen Ergebnisse durch die Gesamtzahl aller möglichen Ergebnisse teilt. Für die Anzahl der Ergebnisse in einem Ereignis A schreibt man kurz |A|.
- Beispiel zweifacher Würfelwurf: **Ω** ={(1,1),(1,2),(1,3),...(6,4),(6,5),(6,6)} mit | **Ω|=36.** Alle Ergebnisse treten gleichwahrscheinlich mit 1/36 auf.

# 3.Elementar gebrochen-rationale Funktionen



- Terme bei denen im Nenner eine Variable auftritt heißen Bruchterme. Funktionen, deren Funktionsterm ein Bruchterm ist, heißen gebrochen rationale Funktionen. Da der Nenner nie 0 sein darf, müssen alle Zahlen für die der Nenner 0 wird aus der Definitionsmenge ausgeschlossen werden.
- Beispiel: $x \mapsto \frac{2}{5x+3}$ **D** = **Q** | {-3/5}
- Stellen, die aus der Definitionsmenge ausgeschlossen werden, nennt man Definitionslücken.
- Geraden, an die sich der Graph beliebig genau annähert, nennt man senkrechte bzw. waagrechte Asymptoten. Im Beispiel handelt es sich um die Geraden y = 0 und x = -2/3.
- Beim Rechnen mit Bruchtermen geht man vor wie beim Rechnen mit Brüchen. Beim Addieren bzw. Subtrahieren von Bruchtermen muss eventuell vorher der Hauptnenner ermittelt werden.
- Beispiel: $\frac{2}{x} - \frac{3}{x-1} = \frac{2(x-1)}{x(x-1)} - \frac{3x}{(x-1)x} = \frac{2x-2-3x)}{x(x-1)} = \frac{-x-2}{x(x-1)}$
- Um den Schnittpunkt zweier Hyperbeln bestimmen zu können, stellt man eine Gleichung auf in der auf beiden Seiten ein Bruchterm erscheint. Zur Lösung der Gleichung multipliziert man beide Seiten mit dem Hauptnenner aller vorkommenden Bruchterme.
- Beispiel: Die Definitionsmenge für die folgende Bruchgleichung lautet: **D** = **Q**|{2}

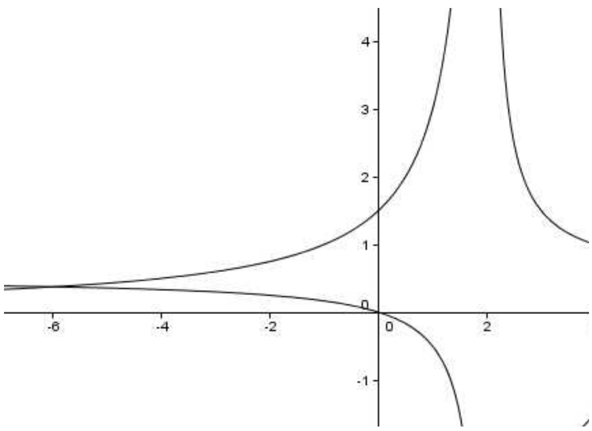
$\frac{3}{2-x} = \frac{x}{2x-4}$ | · Hauptnenner: -2(2-x)

$\frac{3\cdot(-2)\cdot(2-x)}{(2-x)} = \frac{x\cdot(-2)\cdot(2-x)}{(-2)\cdot(2-x)}$ | Kürzen

$-6 = x$

Die Probe durch Einsetzen liefert für die linke und die rechte Seite 3/8.

- Graphische Lösung:



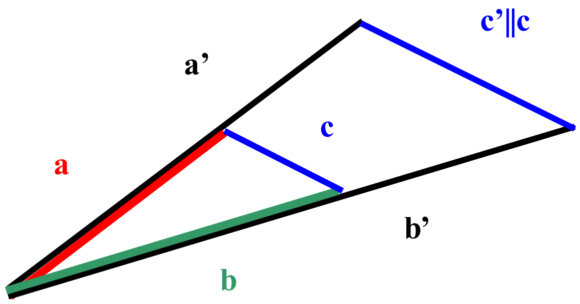
# 4.Potenzen mit ganzzahligen Exponenten

- Definition: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ und $a^0 = 1$ für jede rationale Zahl $a \neq 0$
- Rechengesetze: $a^n \cdot a^k = a^{n+k}$
  $a^n : a^k = a^{n-k}$
  $(a^n)^m = a^{nm}$
  $(ab)^n = a^n \cdot b^n$
  $(a:b)^n = a^n : b^n$

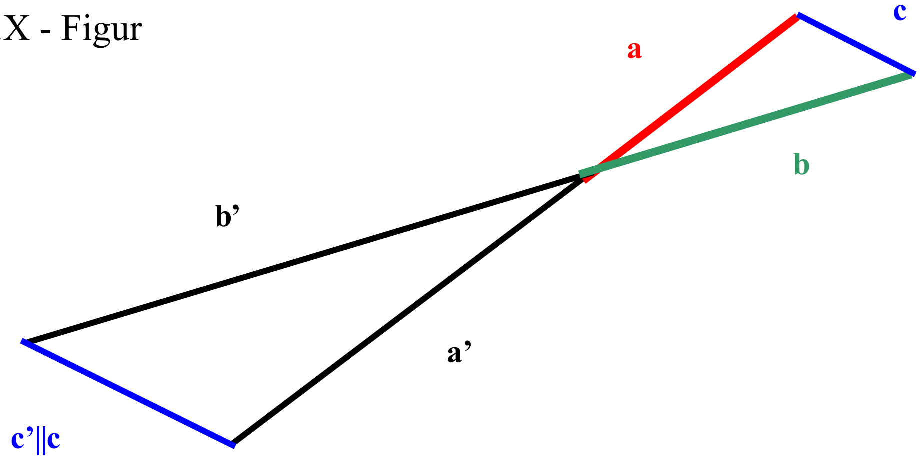
# 5.Strahlensatz und Ähnlichkeit

## 5.1.V - Figur

- $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ $\qquad$ $\frac{a}{a'-a} = \frac{b}{b'-b}$




## 5.2.X - Figur




- $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ $\qquad$ $\frac{a}{a'+a} = \frac{b}{b'+b}$

## 5.2.Ähnlichkeit

- Zwei Figuren F und G sind ähnlich wenn man G bzw. F so vergrößern oder verkleinern kann, dass die beiden Figuren kongruent sind.
- Für ähnliche Figuren gilt, dass entsprechende Seiten das gleiche Längenverhältnis haben.
- Für ähnliche Figuren gilt, dass entsprechende Winkel gleich groß sind.
- Sind die Seitenlängen der Figur K k-mal so lang wie die entsprechenden Seiten der Figur F, so hat K den $k^2$ - fachen Flächeninhalt.