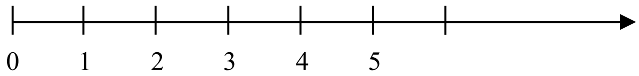
Grundwissen Mathematik 5.Klasse
Gymnasium SOB

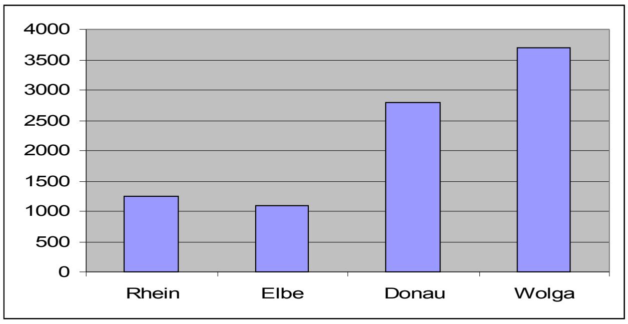
1.Weiterentwicklung der Zahlvorstellung

1.1 Die natürlichen Zahlen

- Mengenschreibweise: $\mathbf{N} = \{1,2,3,...\}$ $\mathbf{N_0} = \{0,1,2,3,...\}$
- Darstellung am Zahlenstrahl:



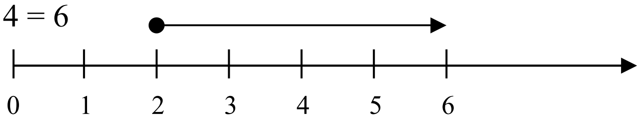
- Darstellung als Diagramm:



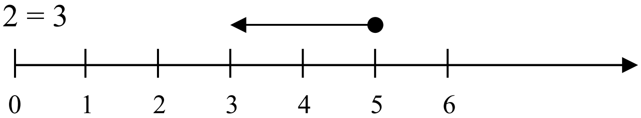
- Die Menge der Primzahlen besteht aus den natürlichen Zahlen, die genau zwei Teiler besitzt: {2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37,39,41,43,47 ...}
- Vielfachenmenge von 7: {7,14,21,...}
- Teilermenge von 6: {1,2,3,6}
- Schreibweisen: $21 \in V_7$ 21 ist Element der Vielfachenmenge von 7
- Zehnersystem: $369 = 3 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 9 \cdot 1$ = 3H + 6Z +9E zeigt den Stellenwert der einzelnen Ziffern.
- Große Zahlen in Worten und in Zehnerpotenzen: Tausend: $1000 = 10^3$, Million: $1000000 = 10^6$, Milliarde: 10^9, Billion: 10^{12}, Billiarde: 10^{15},...
- Runden: Beim Runden auf Zehner, Hunderter, Tausender,... betrachtet man die rechts von dieser Stelle stehende Ziffer. Ist diese 0, 1, 2, 3 oder 4 so wird abgerundet, sonst wird aufgerundet. Beispiel: 7645 auf Hunderter gerundet ergibt 7600.

1.2.Addition und Subtraktion natürlicher Zahlen

- Summe und Differenz: $2 + 4 = 6$



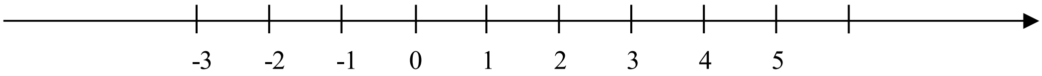
$5 - 2 = 3$



- Rechengesetze: Für die Addition gilt das Kommutativgesetz und das Assoziativgesetz, d.h. die Summanden dürfen vertauscht $a + b = b + a$ und die Reihenfolge darf verändert $(a + b) + c = a + (b + c)$ werden. Durch die Anwendung der Rechengesetze können sich Rechenvorteile ergeben.
- Termbezeichnungen: 1.Summand + 2.Summand = Summe
  Minuend – Subtrahend = Differenz
- Gliederung: Der Term $47 + (120 - 7)$ ist eine Summe, dessen 1.Summand 47 ist. Der 2.Summand ist eine Differenz mit dem Minuenden 120 und dem Subtrahenden 7.
- Termberechnung: $297 - [(53 - 23) + (12 + 24)] = 297 - [30 + 36] = 297 - 66 = 231$

1.3.Ganze Zahlen

Mengenschreibweise: **Z** = {...-2,-1,0,1,2,3,...}
Darstellung am Zahlenstrahl:

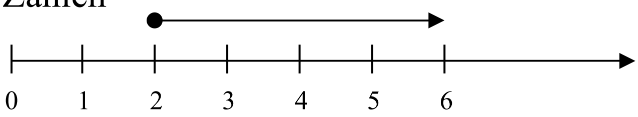


- Die Zahlen links von der 0 werden negative Zahlen genannt, die rechts von der Null heißen positive Zahlen.
- Die Zahl 0 ist weder positiv noch negativ.
- Der Betrag einer Zahl gibt an wie weit diese von der Null entfernt ist (Bsp: |-7| = |7| = 7). Zahlen mit verschiedenem Vorzeichen aber gleichem Betrag werden als Zahl und Gegenzahl bezeichnet.
- Von zwei Zahlen ist diejenige größer, die auf dem Zahlenstrahl weiter rechts liegt.

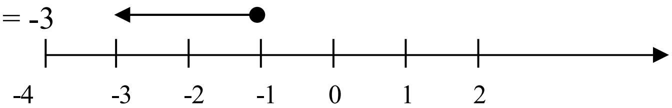
1.4.Addition und Subtraktion ganzer Zahlen

- Summe und Differenz:

2 – (-4) = 6



(-1) + (-2) = -3

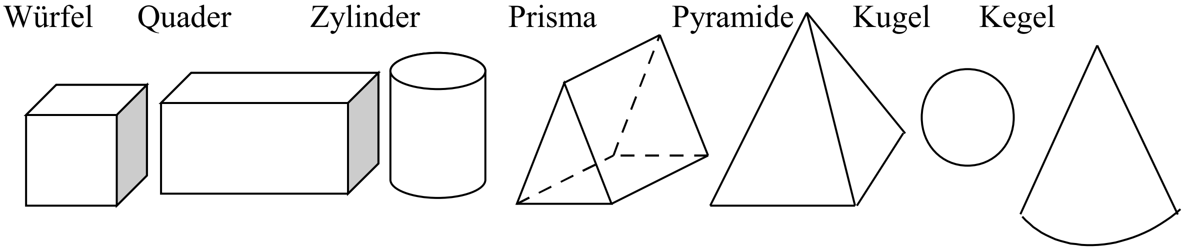


- Addieren einer positiven Zahl und Subtrahieren einer negativen Zahl bedeutet, um ihren Betrag nach rechts zu gehen.
- Subtrahieren einer positiven Zahl und Addieren einer negativen Zahl bedeutet, um ihren Betrag nach links zu gehen.
- Für die Addition mit ganzen Zahlen gilt wie bei den natürlichen Zahlen das Kommutativgesetz und das Assoziativgesetz. Jede Subtraktion kann als Addition mit der Gegenzahl dargestellt werden.
- Termberechnung:
  (-97) – [((-53) + 23) + ((-12) – (-24))] = (-97) – [(-30) + 12] = (-97) – (-18) = -79

2. Geometrische Grundvorstellungen

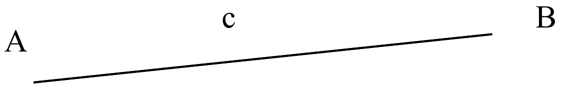
2.1. Geometrische Körper

Würfel Quader Zylinder Prisma Pyramide Kugel Kegel

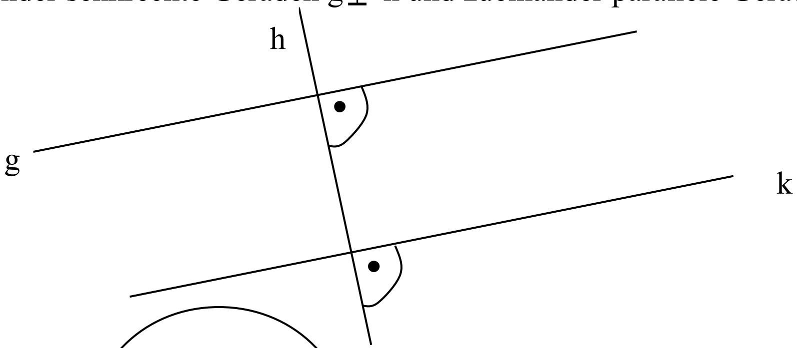


2.2.Punkt, Gerade und Strecke

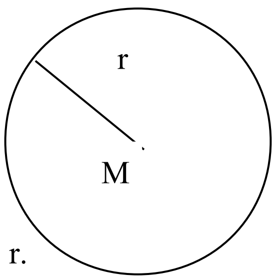
- Punkte werden mit Großbuchstaben bezeichnet z.B. A, B,...
- Geraden werden mit kleinen Buchstaben bezeichnet z.B. g, h oder mithilfe von zwei Punkten auf der Geraden z.B. AB.
- Halbgeraden werden durch zwei Punkte unter Kennzeichnung des Anfangspunktes dargestellt z.B. [AB ist die Halbgerade, die bei A beginnt und durch B läuft.
- Strecken werden durch kleine Buchstaben oder durch ihre Endpunkte bezeichnet: c=[AB].
- Die Länge der Strecke kann mit einem Kleinbuchstaben oder ihren Endpunkten beschrieben werden: $c = \overline{AB} = 7cm$.



- Zueinander senkrechte Geraden $g \perp h$ und zueinander parallele Geraden $g \parallel k$



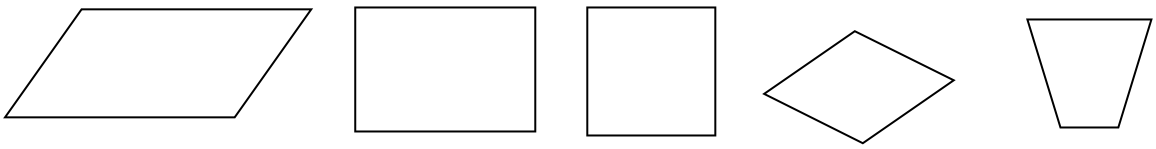
2.3.Kreis



Alle Punkte eines Kreises haben vom Mittelpunkt M den gleichen Abstand, den Radius r.

2.4.Vierecke

Parallelogramm Rechteck Quadrat Raute Trapez



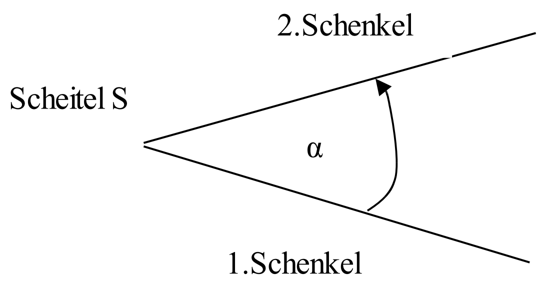
- Parallelogramm: Gegenüberliegende Seiten sind parallel
- Rechteck: Parallelogramm mit zueinander senkrechten Seiten
- Quadrat: Rechteck mit gleich langen Seiten
- Raute: Parallelogramm mit gleich langen Seiten
- Trapez: Viereck mit zwei parallelen Seiten

Der **Umfang** einer ebenen Figur ist die Länge ihrer Randlinie.

2.5.Winkel

Winkel werden mit griechischen Kleinbuchstaben α, β, γ, δ, ε.. bezeichnet. Die Größe eines Winkels wird in Grad gemessen. Für Winkel bestimmter Größen gibt es spezielle Namen:

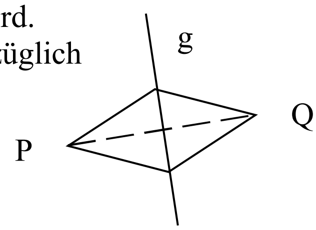
Gradzahl	Name
$0° < \alpha < 90°$	spitzer Winkel
90°	rechter Winkel
$90° < \alpha < 180°$	stumpfer Winkel
180°	gestreckter Winkel
$180° < \alpha <$ 360	überstumpfer Winkel



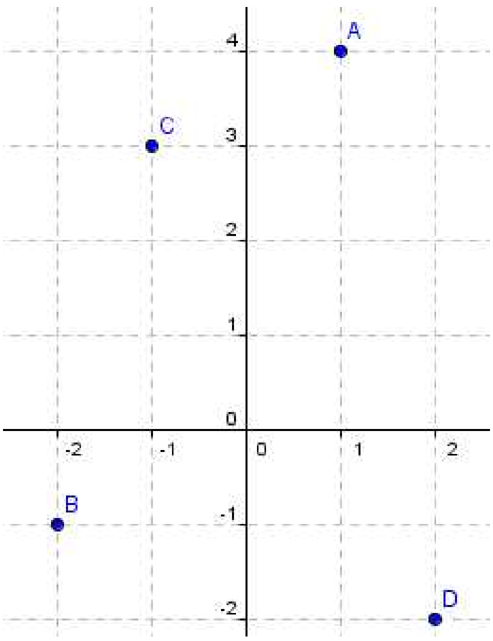
2.6.Achsensymmetrie

Zwei Punkte P und Q liegen genau dann bezüglich einer Geraden G symmetrisch, wenn die Verbindungsstrecke [PQ] von der Geraden g senkrecht halbiert wird.

Beispiel: Quadrat und Raute sind achsensymmetrische Figuren bezüglich ihrer Diagonalen.



2.7.Koordinatensystem



Ein Koordinatensystem besteht aus einer waagrechten Achse, der x – Achse und einer senkrechten Achse, der y – Achse.
Der Schnittpunkt der Achsen wird Ursprung (0/0) genannt.
Jeder Punkt im Koordinatensystem lässt sich durch zwei Koordinaten, der x- und der y – Koordinate beschreiben: A(1/4), B(-2/-1), C(-1/3), D(-2/-2).
A findet man, indem man eine Einheit nach rechts und vier Einheiten nach oben geht.
Die Koordinatenebene wird in vier Quadranten unterteilt: A liegt im 1.Quadranten, C liegt im 2.Quadranten, B liegt im dritten Quadranten und D im vierten Quadranten.

3.Punktrechnung

3.1.Multiplikation und Division natürlicher Zahlen

- Termbezeichnungen: „1.Faktor · 2.Faktor = Produkt“
  „Dividend **:** Divisor = Quotient“
- Beispiel: $5 \cdot 3 = 15$; $37 : 5 = 7$ Rest 2
- Schriftliche Multiplikation:

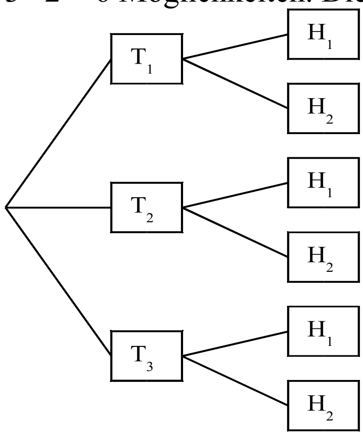
$$\begin{array}{r} \underline{586 \cdot 734} \\ 4102 \\ 1758 \\ \underline{+\ 2344} \\ 430124 \end{array}$$

- Schriftliche Division:

$$\begin{array}{l} 47678 : 193 = 247 \quad \text{Rest } 7 \\ \underline{-386} \\ 907 \\ \underline{-\ 772} \\ 1358 \\ \underline{-\ 1351} \\ 7 \end{array}$$

- Rechengesetze: Punktrechnung vor Strichrechnung, Klammern zuerst
- Für die Multiplikation gilt das Kommutativgesetz: $5 \cdot 12 = 12 \cdot 5$ und das Assoziativgesetz: $(5 \cdot 12) \cdot 10 = 5 \cdot (12 \cdot 10)$
- Das Distributivgesetz verbindet die Punktrechenarten mit den Strichrechenarten. Man spricht von Ausmultiplizieren: $5 \cdot (10 + 3) = 5 \cdot 10 + 5 \cdot 3$ bzw.
  von Ausklammern: $7 \cdot 14 – 7 \cdot 4 = 7 \cdot (14 – 4)$
- Alle Rechengesetze können für Rechenvorteile genutzt werden
- Termgliederung für $7 \cdot (14 – 4)$: Der Term ist ein Produkt mit erstem Faktor 7 und der Differenz aus 14 und 4 als zweitem Faktor.
- Das Potenzieren ist eine abkürzende Schreibweise für das Multiplizieren gleicher Faktoren: $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^7$ mit der 6 als Basis und der 7 als Hochzahl oder Exponent. Potenzen mit der Hochzahl 2 nennt man Quadratzahlen $13^2 = 13 \cdot 13 = 169$.
  Die Stufenzahlen des Dezimalsystems sind Zehnerpotenzen: $10^1 = 10$, $10^2 = 100$,
  $10^3 = 1000$, $10^4 = 10000$, $10^5 = 100000$, $10^6 = 1000000$, $10^7 = 10000000$,...
- Das Potenzieren kommt vor der Punktrechnung.
- Termberechnung: $8 + 12^2 : (20 – 14)^2 = 8 + 12^2 : 6^2 = 8 + 144 : 36 = 8 + 4 = 12$
- Jede natürliche Zahl lässt sich eindeutig als Produkt von Primzahlen darstellen oder ist selbst eine Primzahl. Die Primfaktorzerlegung von 114 lautet: $114 = 2 \cdot 57 = 2 \cdot 3 \cdot 19$.

- Für die Kombination von 3 T - Shirts und 2 Hosen gibt es nach dem Zählprinzip $3 \cdot 2 = 6$ Möglichkeiten. Dies wird mit einem Baumdiagramm veranschaulicht:



3.2.Multiplikation und Division ganzer Zahlen

- Rechenregeln:
    1. Multipliziere bzw. dividiere die Beträge.
    2. Bei gleichen Vorzeichen erhält das Produkt bzw. der Quotient ein positives Vorzeichen, sonst ein negatives Vorzeichen.
- Beispiele: $34 : (-17) = -2$, $(-34) : (-17) = (+2)$, $(-6) \cdot 10 = (-60)$
- Überschlagsrechnung: $702 \cdot (-4) \approx (-2800)$
- Rechenvorteile: $(-9) \cdot 16 + (-9) \cdot 23 + (-9) \cdot 11 = (-9) \cdot (16 + 23 + 11) = (-9) \cdot 50 = -450$
- Die Division durch Null ist nicht erlaubt!

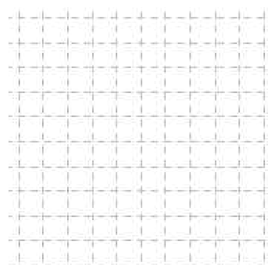
4.Mathematik im Alltag: Größen

4.1.Größen und ihre Einheiten

- Länge: 1km = 1000m; 1m = 10 dm; 1dm = 10 cm; 1cm = 10 mm
- Masse: 1t = 1000 kg; 1kg = 1000g; 1g = 1000 mg
- Zeit: 1d = 24 h; 1h = 60 min; 1min = 60 s
- Geld: 1€ = 100ct
- Kommaschreibweise: 1,8t = 1800kg; 24,5cm = 245 mm
- Rechnen mit Größen: 2,54m + 37,3dm = 254cm + 373cm = 627cm = 6,27m
- Ein Maßstab von 1 : 100 bedeutet, dass in Wirklichkeit alles 100-mal größer ist als auf dem Plan. Ein Kirchturm der Höhe 38m ist in der Zeichnung im Maßstab 1 : 1000 38 mm hoch!

4.2.Fläche

- Ein Quadrat mit der Seitenlänge 1cm hat den Flächeninhalt $1cm^2$. Ein Quadrat mit der Seitenlänge $1dm^2$ hat demnach $100cm^2$.
- Ein Rechteck der Länge 6cm und der Breite 5cm hat einen Flächeninhalt von $6cm \cdot 5\ cm = 30\ cm^2$.
- Flächenumrechnungen: $100mm^2 = 1cm^2$; $100cm^2 = 1dm^2$; $100dm^2 = 1m^2$; $100m^2 = 1a$; $100a = 1ha$; $100ha = 1km^2$;



- Flächeninhalt von Figuren, die in Rechtecke zerlegt oder zu Rechtecken ergänzt werden können.
- Oberflächeninhalt eines Quaders: $O = 2 \cdot (l \cdot b + l \cdot h + b \cdot h)$, da der Oberflächeninhalt aus sechs Rechtecken, von denen je zwei gleich sind besteht.
- Netz eines Quaders: