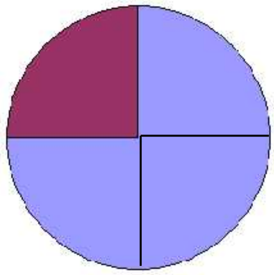
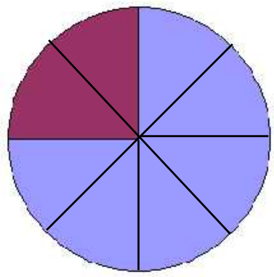
Grundwissen Mathematik 6.Klasse
Gymnasium SOB



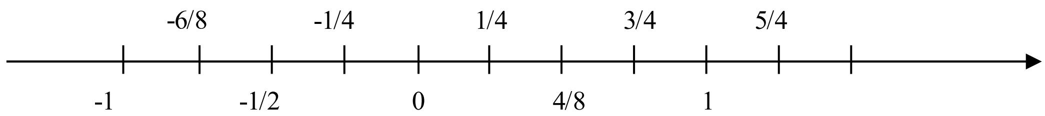
1.Weiterentwicklung der Zahlvorstellung

1.1.Bruchteile und Bruchzahlen

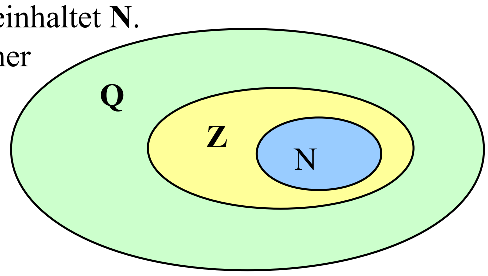
- $\frac{1}{4}$ des Kreises ist rot, $\frac{3}{4}$ des Kreises ist blau gefärbt. Über dem Bruchstrich steht der Zähler, unter dem Bruchstrich der Nenner. Dieser gibt an, in wie viele Teile das Ganze (hier der Kreis) zerlegt wird.
- Beispiel: $\frac{3}{4}$ von 1000g = ($\frac{1}{4}$ von 1000g) · 3 = (1000g : 4) · 3 = 250g · 3 = 750g
- Beim Kürzen werden Zähler und Nenner durch die gleiche Zahl geteilt. Der Wert des Bruches ändert sich dabei nicht. Beispiel: $\frac{6}{8} = \frac{6:2}{8:2} = \frac{3}{4}$



- Erweitern bedeutet Zähler und Nenner mit der gleichen Zahl zu multiplizieren, wobei der Wert des Bruches erhalten bleibt. $\frac{3}{4} = \frac{5 \cdot 3}{5 \cdot 4} = \frac{15}{20}$
- Bruchzahlen werden oft in Prozent angegeben, dabei bedeutet Prozent Hundertstel: $\frac{8}{100} = 8\%$
- Viele Bruchzahlen haben trotz verschiedener Gestalt (Erweitern und Kürzen) den gleichen Wert.
- Darstellung am Zahlenstrahl:



- Jeder Bruch kann als Quotient geschrieben werden: $\frac{3}{4} = 3:4$ .Der Nenner eines Bruchs darf nie Null sein!
- Die Menge **Q** der rationalen Zahlen besteht aus allen positiven und negativen Brüchen und der Null: **Q** beinhaltet **Z** und **Z** wiederum beinhaltet **N**.
- Echte Brüche: der Zähler ist kleiner als der Nenner
- Unechte Brüche: der Zähler ist größer als der Nenner. Hier ist eine Darstellung als gemischte Zahl möglich.
- Beispiel: $\frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$

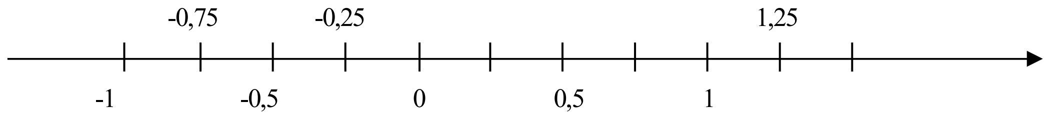


1.2.Dezimalzahlen

- Erweiterte Stellenwerttafel: Beispiel 37, 254

Hunderter	Zehner	Einer		Zehntel	Hundertstel	Tausendstel
0	3	7	,	2	5	4

- Darstellung am Zahlenstrahl:



- Zur Umwandlung Brüchen in Dezimalbrüche erweitert man falls möglich den Bruch so, dass im Nenner eine Stufenzahl entsteht: $\frac{3}{4} = \frac{25 \cdot 3}{25 \cdot 4} = \frac{75}{100} = 0{,}75$. Dies ist möglich, wenn der Nenner des vollständig gekürzten Bruches in der Primfaktorzerlegung nur aus den Primfaktoren 2 und 5 besteht. Anderenfalls dividiert man schriftlich Zähler durch Nenner. Beispiel 1: 8 = 0,125 (endlicher Dezimalbruch), 1:3 = 0,33333...(unendlich periodischer Dezimalbruch).
- Die Rundung von Dezimalbrüchen funktioniert wie bei den ganzen Zahlen. 23,768 auf Zehntel gerundet ergibt 23,8 da wegen der 6 aufgerundet wird.

1.3.Relative Häufigkeit

- Bei einem Zufallsexperiment tritt genau ein Ergebnis von mehreren möglichen Ergebnissen ein, dabei lässt sich nicht vorhersagen welches es ist.
- Die absolute Häufigkeit gibt an wie oft ein bestimmtes Ergebnis eingetreten ist.
- Die relative Häufigkeit gibt an wie groß der Anteil der absoluten Häufigkeit an der Gesamtzahl der Versuche ist.
- Beispiel: Beim 100 – maligen Werfen eines Würfels trat die 6 16 – mal auf. Die absolute Häufigkeit ist also 16, die relative Häufigkeit $\frac{16}{100} = \frac{4}{25} = 16\%$.
- Wiederholt man ein Zufallsexperiment sehr oft, so pendelt sich die relative Häufigkeit für jedes Ergebnis um einen bestimmten Wert ein (Empirisches Gesetz der großen Zahlen).

2.Rechnen mit nicht-negativen rationalen Zahlen

2.1.Addition und Subtraktion

- Brüche: Falls die Nenner nicht gleich sind, die Brüche nicht gleichnamig sind, müssen sie erst gleichnamig gemacht werden. Anschließend werden die Zähler addiert bzw. subtrahiert und der Nenner beibehalten. Der kleinstmögliche gemeinsame Nenner, das kgV der beiden Nenner wird Hauptnenner genannt.
- Beispiel: $\frac{6}{8}-\frac{2}{6}=\frac{18}{24}-\frac{8}{24}=\frac{10}{24}=\frac{5}{12}$
- Gemischte Zahlen schreibt man erst als Summe und addiert bzw. subtrahiert dann.
- Beispiel: $2\frac{6}{8}-1\frac{2}{6}=2+\frac{18}{24}-\left(1+\frac{8}{24}\right)=2+\frac{18}{24}-1-\frac{8}{24}=1\frac{10}{24}=1\frac{5}{12}$
- Dezimalbrüche werden wie ganze Zahlen stellenweise addiert bzw. subtrahiert.
- Beispiel:

$$\begin{array}{r} 3{,}567 \\ +0{,}025 \\ \hline 3{,}592 \end{array}$$

2.2.Multiplikation und Division

- Bruchmultiplikation: „Zähler mal Zähler und Nenner mal Nenner“
- Beispiel: $\frac{6}{8}\bullet\frac{2}{6}=\frac{6\bullet 2}{8\bullet 6}=\frac{12}{48}=\frac{1}{4}$
- Bruchdivision: Ein Bruch1 wird durch einen Bruch2 dividiert, in dem man den Bruch1 mit dem Kehrbruch von Bruch2 multipliziert.
- Beispiel: $\frac{6}{8}\div\frac{2}{6}=\frac{6}{8}\bullet\frac{6}{2}=\frac{36}{16}=\frac{9}{4}=2\frac{1}{4}=2{,}25$
- Gemischte Zahlen wandelt man vor der Multiplikation bzw. Division in unechte Brüche um.
- Beispiel: $2\frac{6}{8}\bullet 1\frac{2}{6}=\frac{22}{8}\bullet\frac{8}{6}=\frac{22}{6}=3\frac{4}{6}=3\frac{2}{3}=3{,}\overline{3}$
- Zwei Dezimalzahlen werden ohne Rücksicht auf das Komma ausmultipliziert, anschließend wird im Produktergebnis das Komma so gesetzt, dass es so viele Kommastellen wie beide Faktoren zusammen hat.
- Beispiel: $0{,}02 \cdot 0{,}43 = 0{,}0086$
- Bei der Division durch einen Dezimalbruch verschiebt man im Dividenden und im Divisor das Komma so weit nach rechts, bis der Divisor eine natürliche Zahl ist. Dann wird die Division ausgeführt.
- Beispiel: $0{,}3 : 0{,}75 = 30 : 75 = 0{,}4$

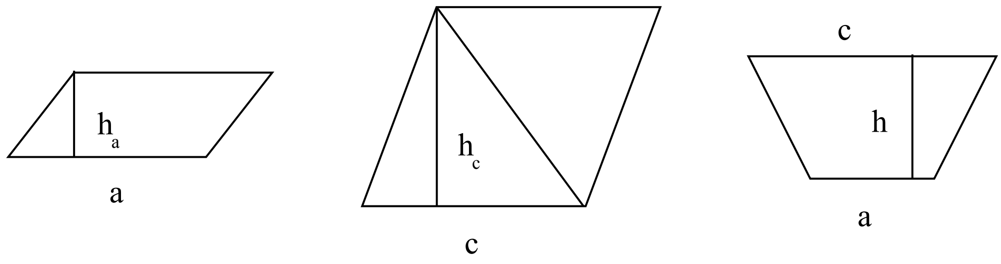
3.Flächen und Rauminhalt

3.1.Flächeninhalt

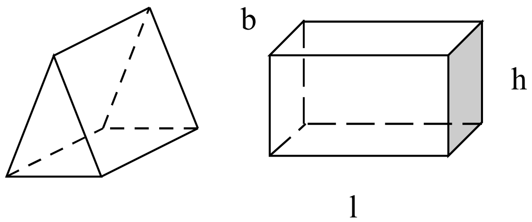
- Parallelogramm: Grundseite mal zugehörige Höhe
  $A_P = a \cdot h_a = b \cdot h_b$

- Dreieck: Grundseite mal zugehörige Höhe geteilt durch 2
  $A_D = ½ \cdot a \cdot h_a = ½ \cdot b \cdot h_b = ½ \cdot c \cdot h_c$

- Trapez: Summe der parallelen Seiten mal Höhe geteilt durch 2
  $A_D = ½ \cdot (a + c) \cdot h$



- Im Schrägbild eines Körpers bleiben parallele Seiten parallel, rechte Winkel können durch das räumliche Bild verändert werden.
- Der Oberflächeninhalt eines Körpers ergibt sich als Flächinhalt seines Netzes.



3.2.Volumen

- Volumeneinheit: Ein Würfel mit der Seitenlänge 1cm hat das Volumen $1cm^3$.
- Volumenumrechnung: $1000mm^3 = 1cm^3$; $1000cm^3 = 1dm^3$; $1000dm^3 = 1m^3$; $1000000000m^3 = 109m^3 = 1km^3$
- Quadervolumen: $V = l \cdot b \cdot h$
- Würfelvolumen: $V = a \cdot a \cdot a = a^3$
- Weitere Volumenberechnungen sind möglich, wenn der Körper in Quader zerlegt werden kann.

4.Rechnen mit rationalen Zahlen

- Von zwei rationalen Zahlen ist diejenige größer, die auf dem Zahlenstrahl weiter rechts liegt. Bei Dezimalzahlen ist dies sofort ersichtlich.
- In der Bruchdarstellung bringt man die Brüche vor dem Größenvergleich auf gleiche Nenner oder gleiche Zähler.
- Beispiel: $\frac{5}{7} < \frac{3}{7} < \frac{3}{9}$
- Zusätzlich zu den Rechenregeln für die nicht-negativen rationalen Zahlen muss jetzt das Vorzeichen wie bei den ganzen Zahlen im Grundwissen der 5.Klasse genannt, beachtet werden. Kommutativgesetz, Assoziativgesetz und Distributivgesetz gelten wie bei den ganzen Zahlen. Beispiel:
- $4 + \frac{4}{3} : \left(-0{,}75 + \frac{1}{6} \right) = 4 + \frac{4}{3} : \left(-\frac{7}{12} \right) = 4 + \left(-\frac{16}{7} \right) = 1\frac{5}{7}$

5.Prozentrechnung

- Grundgleichung der Prozentrechnung: Prozentsatz · Grundwert = Prozentwert
- Beispiel: 5% von 20€ = 5/100 · 20€ = 20€ : 100 · 5 = 1€
- Berechnung des Prozentsatzes: Prozentsatz = Prozentwert / Grundwert
- Beispiel: Wie viel Prozent sind 5€ von 20€? 5€/20€ = ¼ = 25%
- Berechnung des Grundwertes: Grundwert = Prozentwert / Prozentsatz
- Beispiel: 30% vom Gesamtkapital sind 60000€. Wie hoch ist das Kapital?
  60000€ : 30% = 60000€ : 0,3 = 600000€ : 3 = 200000€
- oder mittels Schlussrechnung:
  60000€ entsprechen 30%
  20000€ entsprechen 10%
  200000€ entsprechen 100%
- Diagramme