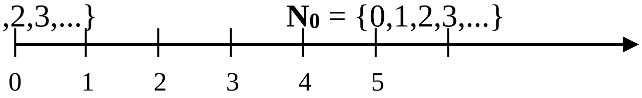
Grundwissen Mathematik 5.Klasse G9
Gymnasium SOB

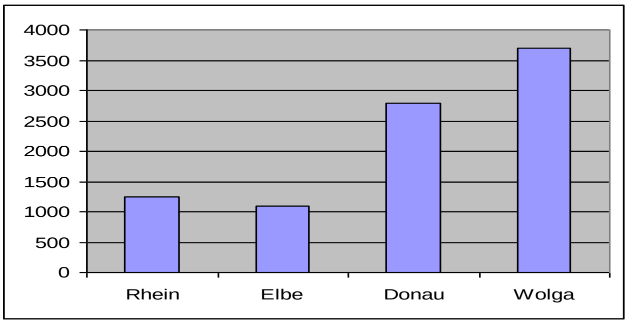
1.Weiterentwicklung der Zahlvorstellung

1.1Die natürlichen Zahlen

- Mengenschreibweise: **N** = {1,2,3,...} **N₀** = {0,1,2,3,...}
- Darstellung am Zahlenstrahl:



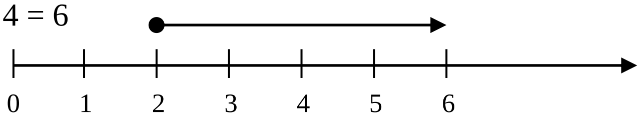
- Darstellung als Diagramm:



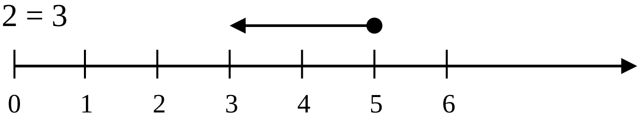
- Die Menge der Primzahlen besteht aus den natürlichen Zahlen, die genau zwei Teiler besitzt: {2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37,39,41,43,47 ...}
- Vielfachenmenge von 7: V_7={7,14,21,...}, $21 \in V_7$ bedeutet 21 ist Element von V_7
- Teilermenge von 6: T_6={1,2,3,6}
- Zehnersystem: $369 = 3 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 9 \cdot 1$= 3H + 6Z +9E zeigt den Stellenwert der einzelnen Ziffern.
- Große Zahlen in Worten und in Zehnerpotenzen: Tausend: 1000 = 10^3, Million: 1000000 = 10^6, Milliarde: 10^9, Billion: 10^{12}, Billiarde: 10^{15},...
- Runden: Beim Runden auf Zehner, Hunderter, Tausender,... betrachtet man die rechts von dieser Stelle stehende Ziffer. Ist diese 0, 1, 2, 3 oder 4 so wird abgerundet, sonst wird aufgerundet. Beispiel: 7645 auf Hunderter gerundet ergibt 7600.
- Beweistechnik: Wiederlegen durch ein Gegenbeispiel

1.2.Addition und Subtraktion natürlicher Zahlen

- Summe und Differenz: 2 + 4 = 6



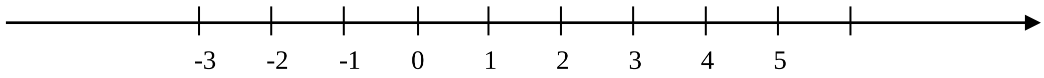
5 – 2 = 3



- Rechengesetze: Für die Addition gilt das Kommutativgesetz und das Assoziativgesetz, d.h. die Summanden dürfen vertauscht a + b = b + a und die Reihenfolge darf verändert (a + b) + c = a + (b + c) werden. Durch die Anwendung der Rechengesetze können sich Rechenvorteile ergeben.
- Termbezeichnungen: 1.Summand + 2.Summand = Summe
  Minuend – Subtrahend = Differenz
- Gliederung: Der Term 47 + (120 – 7) ist eine Summe, dessen 1.Summand 47 ist. Der 2.Summand ist eine Differenz mit dem Minuenden 120 und dem Subtrahenden 7.
- Termberechnung: 297 – [(53 – 23) + (12 + 24)] = 297 – [30 + 36] = 297 – 66 = 231

1.3.Ganze Zahlen

Mengenschreibweise: **Z** = {...-2,-1,0,1,2,3,...}
Darstellung am Zahlenstrahl:

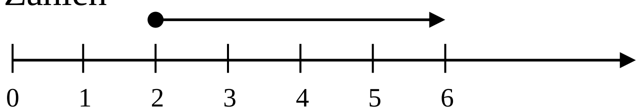


- Die Zahlen links von der 0 werden negative Zahlen genannt, die rechts von der Null heißen positive Zahlen.
- Die Zahl 0 ist weder positiv noch negativ.
- Der Betrag einer Zahl gibt an wie weit diese von der Null entfernt ist (Bsp: |-7| = |7| = 7). Zahlen mit verschiedenem Vorzeichen aber gleichem Betrag werden als Zahl und Gegenzahl bezeichnet.
- Von zwei Zahlen ist diejenige größer, die auf dem Zahlenstrahl weiter rechts liegt.

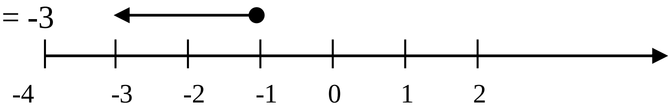
1.4.Addition und Subtraktion ganzer Zahlen

2 – (-4) = 6

- Summe und Differenz:



(-1) + (-2) = -3

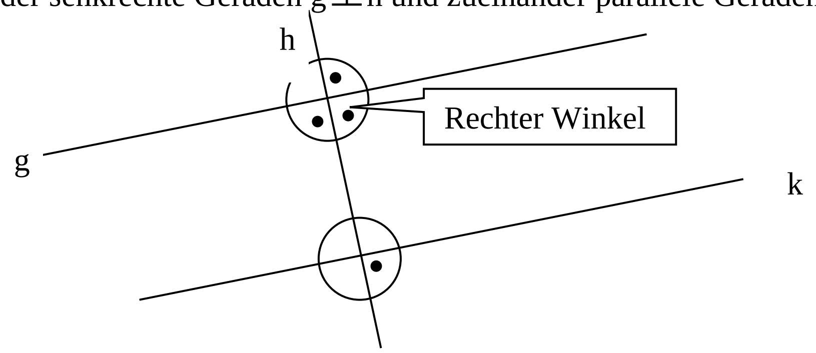


- Addieren einer positiven Zahl und Subtrahieren einer negativen Zahl bedeutet, um ihren Betrag nach rechts zu gehen.
- Subtrahieren einer positiven Zahl und Addieren einer negativen Zahl bedeutet, um ihren Betrag nach links zu gehen.
- Für die Addition mit ganzen Zahlen gilt wie bei den natürlichen Zahlen das Kommutativgesetz und das Assoziativgesetz. Jede Subtraktion kann als Addition mit der Gegenzahl dargestellt werden.
- Termberechnung:
  (-97) – [((-53) + 23) + ((-12) – (-24))] = (-97) – [(-30) + 12] = (-97) – (-18) = -79

2. Geometrische Grundvorstellungen

2.1.Punkt, Gerade und Strecke

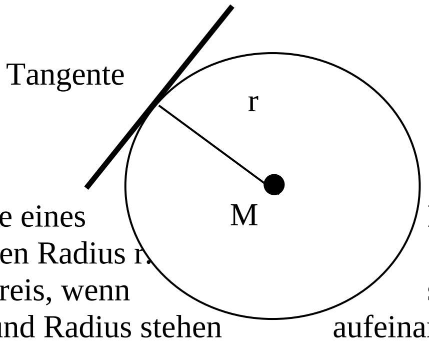
- Punkte werden mit Großbuchstaben bezeichnet z.B. A, B,...
- Geraden, Halbgeraden und Strecken werden mit kleinen Buchstaben bezeichnet z.B. g, h oder mithilfe von zwei Punkten auf der Geraden z.B. AB.
- Halbgeraden werden auch durch zwei Punkte bezeichnet: [AB ist die Halbgerade, die bei A beginnt und durch B läuft.
- Strecken werden auch durch ihre Endpunkte bezeichnet: c= $\overline{AB}$.
- Die Länge der Strecke: | $\overline{AB}$ | = 7cm.
- Zueinander senkrechte Geraden g $\perp$ h und zueinander parallele Geraden g || k



2.2.Abstand

- Der Abstand zweier Punkte A und B ist die Länge $|\overline{AB}|$ der Strecke $\overline{AB}$.
- Der Abstand des Punktes P von der Geraden g ist die Länge der zu g senkrechten Verbindungsstrecke von P zu g (Lotstrecke).
- Der Abstand zweier Parallelen g und h ist die Länge einer zu g und h senkrechten Verbindungsstrecke.

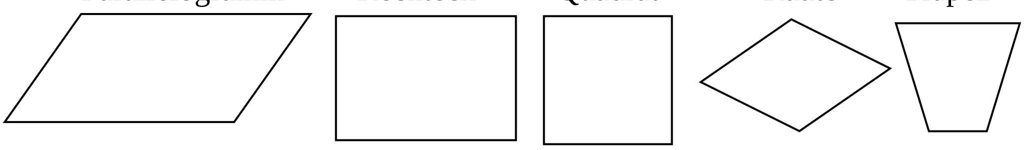
2.3.Kreis

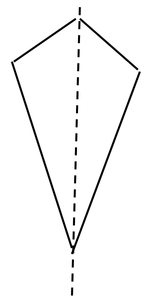


Alle Punkte eines Kreises haben vom Mittelpunkt M den gleichen Abstand, den Radius r. Schreibweise: k(M;r). Eine Gerade ist Tangente an einen Kreis, wenn sie diesen in genau einem Punkt berührt. Tangente und Radius stehen aufeinander senkrecht.

2.4.Vierecke

Parallelogramm Rechteck Quadrat Raute Trapez Drachen





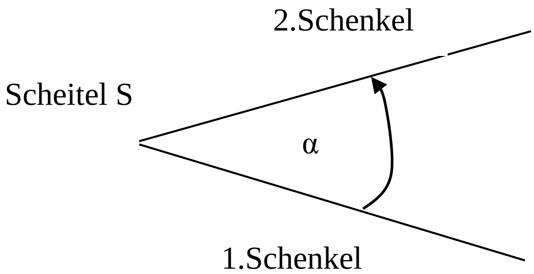
- Parallelogramm: Gegenüberliegende Seiten sind parallel
- Rechteck: Parallelogramm mit zueinander senkrechten Seiten
- Quadrat: Rechteck mit gleich langen Seiten
- Raute: Parallelogramm mit gleich langen Seiten
- Trapez: Viereck mit zwei parallelen Seiten
- Drachen: Viereck mit einer Diagonalen als Symmetrieachse

Der **Umfang** einer ebenen Figur ist die Länge ihrer Randlinie.

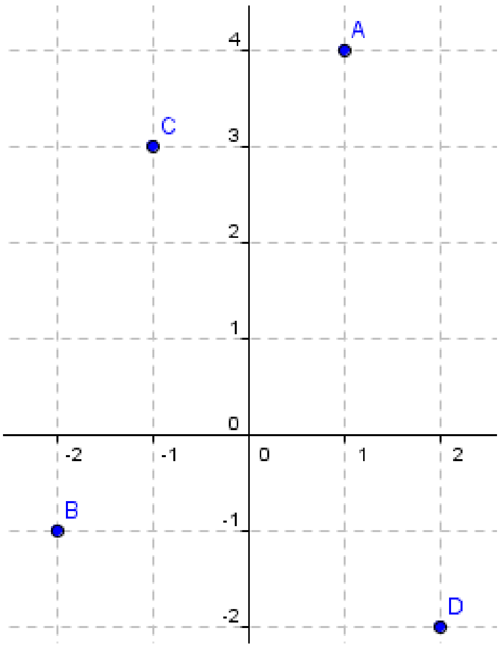
2.5.Winkel

Winkel werden mit kleinen griechischen Kleinbuchstaben α,β,γ,δ,ε.. bezeichnet. Die Größe eines Winkels wird in Grad gemessen. Für Winkel bestimmter Größen gibt es spezielle Namen:

Gradzahl	Name
$0° < \alpha < 90°$	spitzer Winkel
90°	rechter Winkel
$90° < \alpha < 180°$	stumpfer Winkel
180°	gestreckter Winkel
$180° < \alpha < 360$	überstumpfer Winkel



2.6.Koordinatensystem



Ein Koordinatensystem besteht aus einer waagrechten Achse, der x – Achse und einer senkrechten Achse, der y – Achse.
Der Schnittpunkt der Achsen wird Ursprung (0/0) genannt.
Jeder Punkt im Koordinatensystem lässt sich durch zwei Koordinaten, der x- und der y – Koordinate beschreiben: A(1/4), B(-2/-1), C(-1/3), D(2/-2).
A findet man, indem man eine Einheit nach rechts und vier Einheiten nach oben geht.
Die Koordinatenebene wird in vier Quadranten unterteilt: A liegt im 1.Quadranten, C liegt im 2.Quadranten, B liegt im dritten Quadranten und D im vierten Quadranten.

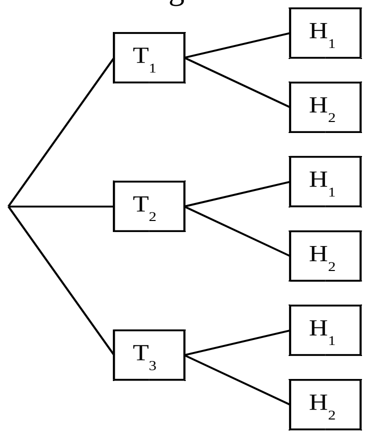
3.Punktrechnung

3.1.Multiplikation und Division natürlicher Zahlen

- Termbezeichnungen: „1.Faktor · 2.Faktor = Produkt“
  „Dividend **:** Divisor = Quotient“
- Beispiel: 5 · 3 = 15; 37 **:** 5 = 7 Rest 2
- Schriftliche Multiplikation: 586 · 734
  4102
  1758
  \+ 2344
  430124
- Schriftliche Division: 47678 : 193 = 247 Rest 7
  -386
  907
  \- 772
  1358
  \- 1351
  7
- Rechengesetze: Punktrechnung vor Strichrechnung, Klammern zuerst
- Für die Multiplikation gilt das Kommutativgesetz: 5 · 12 = 12 · 5 und das Assoziativgesetz: (5 · 12) · 10 = 5 · (12 · 10)
- Das Distributivgesetz verbindet die Punktrechenarten mit den Strichrechenarten. Man spricht von Ausmultiplizieren: 5 · (10 + 3) = 5 · 10 + 5 · 3 bzw. von Ausklammern: 7 · 14 – 7 · 4 = 7 · (14 – 4)
- Alle Rechengesetze können für Rechenvorteile genutzt werden
- Termgliederung für 7 · (14 – 4): Der Term ist ein Produkt mit erstem Faktor 7 und der Differenz aus 14 und 4 als zweitem Faktor.
- Das Potenzieren ist eine abkürzende Schreibweise für das Multiplizieren gleicher Faktoren: 6 · 6 · 6 · 6 · 6 · 6 · 6 = 6^7 mit der 6 als Basis und der 7 als Hochzahl oder

Exponent. Potenzen mit der Hochzahl 2 nennt man Quadratzahlen $13^2 = 13 \cdot 13 = 169$. Die Stufenzahlen des Dezimalsystems sind Zehnerpotenzen: $10^1 = 10$, $10^2 = 100$, $10^3 = 1000$, $10^4 = 10000$, $10^5 = 100000$, $10^6 = 1000000$, $10^7 = 10000000$,...

- Das Potenzieren kommt vor der Punktrechnung.
- Termberechnung: $8 + 12^2 : (20 - 14)^2 = 8 + 12^2 : 6^2 = 8 + 144 : 36 = 8 + 4 = 12$
- Jede natürliche Zahl lässt sich eindeutig als Produkt von Primzahlen darstellen oder ist selbst eine Primzahl. Die Primfaktorzerlegung von 114 lautet: $114 = 2 \cdot 57 = 2 \cdot 3 \cdot 19$.
- Für die **Kombination** von 3 T - Shirts und 2 Hosen gibt es nach dem **Zählprinzip** $3 \cdot 2 = 6$ Möglichkeiten. Dies wird mit einem **Baumdiagramm** veranschaulicht:



3.2.Multiplikation und Division ganzer Zahlen

- Rechenregeln:
  1. Multipliziere bzw. dividiere die Beträge.
  2. Bei gleichen Vorzeichen erhält das Produkt bzw. der Quotient ein positives Vorzeichen, sonst ein negatives Vorzeichen.
- Beispiele: $34 : (-17) = -2$, $(-34) : (-17) = (+2)$, $(-6) \cdot 10 = (-60)$
- Überschlagsrechnung: $702 \cdot (-4) \approx (-2800)$
- Rechenvorteile: $(-9) \cdot 16 + (-9) \cdot 23 + (-9) \cdot 11 = (-9) \cdot (16 + 23 + 11) = (-9) \cdot 50 = -450$
- Die Division durch Null ist nicht erlaubt!

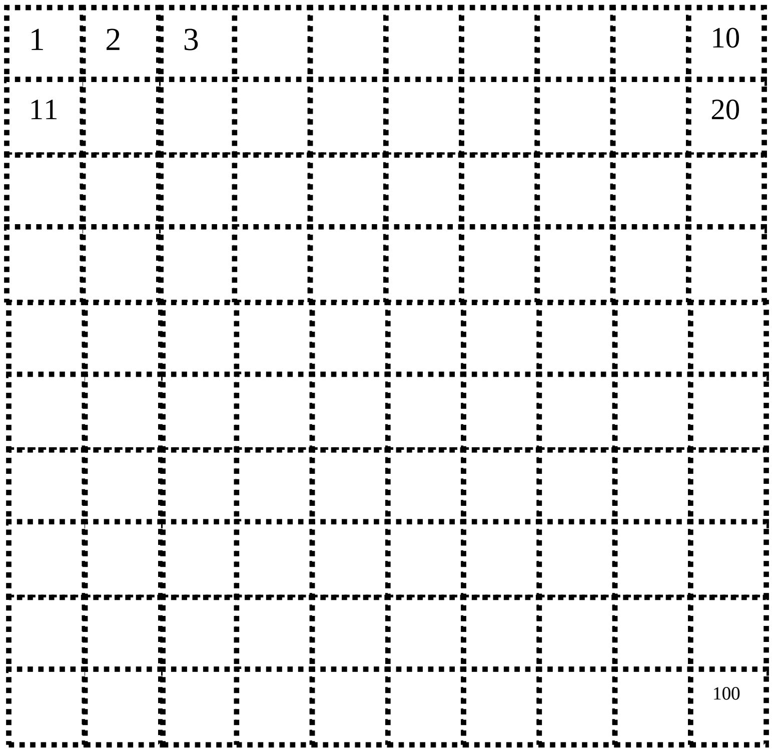
4.Mathematik im Alltag: Größen

4.1.Größen und ihre Einheiten

- Länge: 1km = 1000m; 1m = 10 dm; 1dm = 10 cm; 1cm = 10 mm
- Masse: 1t = 1000 kg; 1kg = 1000g; 1g = 1000 mg
- Zeit: 1d = 24 h; 1h = 60 min; 1min = 60 s
- Geld: 1€ = 100ct
- Kommaschreibweise: 1,8t = 1800kg; 24,5cm = 245 mm
- Rechnen mit Größen: 2,54m + 37,3dm = 254cm + 373cm = 627cm = 6,27m
- Ein Maßstab von 1 : 100 bedeutet, dass in Wirklichkeit alles 100-mal größer ist als auf dem Plan. Ein Kirchturm der Höhe 38m ist in der Zeichnung im Maßstab 1 : 1000 38 mm hoch!
- Jede Größe besteht aus Maßzahl und Maßeinheit.

4.2.Fläche

- Ein Quadrat mit der Seitenlänge 1cm hat den Flächeninhalt $1cm^2$. Ein Quadrat mit der Seitenlänge $1dm^2$ hat demnach $100cm^2$.



- Ein Rechteck der Länge 6cm und der Breite 5cm hat einen Flächeninhalt von $6cm \cdot 5\ cm = 30\ cm^2$.
- Flächenumrechnungen: $100mm^2 = 1cm^2$; $100cm^2 = 1dm^2$; $100dm^2 = 1m^2$; $100m^2 = 1a$; $100a = 1ha$; $100ha = 1km^2$;
- Flächeninhalt von Figuren, die in Rechtecke zerlegt oder zu Rechtecken ergänzt werden können.
- Oberflächeninhalt eines Quaders: $O = 2 \cdot (l \cdot b + l \cdot h + b \cdot h)$, da der Oberflächeninhalt aus sechs Rechtecken, von denen je zwei gleich sind besteht.
- Netz eines Quaders: